

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Петербургский государственный университет путей сообщения  
Императора Александра I»  
(ФГБОУ ВО ПГУПС)

Кафедра «*Высшая математика*»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

дисциплины

*Б1.О.13 «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ»*

для специальности

*23.05.04 «Эксплуатация железных дорог»*

по специализации

*«Грузовая и коммерческая работа»*

*«Магистральный транспорт»*

*«Пассажирский комплекс железнодорожного транспорта»*

*«Транспортный бизнес и логистика»*

Форма обучения – очная, заочная

Санкт-Петербург  
2022

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры  
«Высшая математика»  
Протокол № 7 от 22 марта 2022 г.

Заведующий кафедрой  
«Высшая математика»  
22 марта 2022 г.



Е.А. Благовещенская

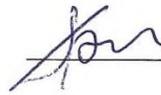
### СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП ВО  
«Грузовая и коммерческая работа»  
30 03 2022 г.



Е.К. Коровяковский

Руководитель ОПОП ВО  
«Магистральный транспорт»  
30 03 2022 г.



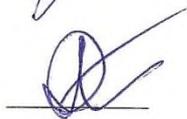
А.С. Бессолицын

Руководитель ОПОП ВО  
«Пассажирский комплекс  
железнодорожного транспорта»  
30 03 2022 г.



И.Ю. Романова

Руководитель ОПОП ВО  
«Транспортный бизнес и логистика»  
30 03 2022 г.



П.К. Рыбин

## 1. Цели и задачи дисциплины

Рабочая программа дисциплины «Математическое моделирование систем и процессов» (Б1.О.13) (далее – дисциплина) составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 23.05.04 «Эксплуатация железных дорог» (далее – ФГОС ВО), утвержденного «27» марта 2018 г., приказ Минобрнауки России № 216.

Целью изучения дисциплины является овладение обучающимися методами и принципами построения математических моделей систем и процессов для решения инженерных задач в профессиональной деятельности.

Для достижения цели дисциплины решаются следующие задачи:

- формирование знаний теории моделирования систем и процессов;
- формирование умений создавать математические модели и анализировать процесс их функционирования;
- формирование знаний в области теории массового обслуживания;
- формирование умений применять алгоритмы и методы решения оптимизационных задач теории графов;
- отработка практических навыков использования многофункциональной системы математических и инженерных расчетов MatLAB и разработки собственных программ в области моделирования;
- развитие творческого мышления обучающихся при решении практических задач с применением математических моделей и методов.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций

Планируемыми результатами обучения по дисциплине (модулю) является формирование у обучающихся компетенций (части компетенций). Сформированность компетенций (части компетенций) оценивается с помощью индикаторов достижения компетенций.

<b>Индикаторы достижения компетенций</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине (модулю)</b>
<i>ОПК-1. Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования.</i>	
<i>ОПК-1.1.2. Знает основы математического анализа и моделирования.</i>	<i>Обучающийся знает: - основы теории графов, теории алгоритмов, теории массового обслуживания, методы регрессионного и дисперсионного анализа.</i>
<i>ОПК-1.2.1. Умеет решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук.</i>	<i>Обучающийся умеет: - решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов теории графов, теории алгоритмов, теории массового обслуживания, регрессионного и дисперсионного анализа.</i>

<b>Индикаторы достижения компетенций</b>	<b>Результаты обучения по дисциплине (модулю)</b>
<i>ОПК-1.3.1. Владеет методами математического анализа и моделирования в объеме, достаточном для решения инженерных задач в профессиональной деятельности.</i>	<i>Обучающийся владеет: - методами теории графов, теории алгоритмов, теории массового обслуживания, методами регрессионного и дисперсионного анализа в объеме, достаточном для решения инженерных задач в профессиональной деятельности.</i>

### **3. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)».

### **4. Объем дисциплины и виды учебной работы**

Для очной формы обучения

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Всего часов</b>
Контактная работа (по видам учебных занятий)	64
В том числе:	
– лекции (Л)	32
– практические занятия (ПЗ)	16
– лабораторные работы (ЛР)	16
Самостоятельная работа (СРС) (всего)	44
Контроль	36
Форма контроля (промежуточной аттестации)	Э
Общая трудоемкость: час / з.е.	144 / 4

Для заочной формы обучения

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Всего часов</b>
Контактная работа (по видам учебных занятий)	24
В том числе:	
– лекции (Л)	12
– практические занятия (ПЗ)	8
– лабораторные работы (ЛР)	4
Самостоятельная работа (СРС) (всего)	111
Контроль	9
Форма контроля (промежуточной аттестации)	Э
Общая трудоемкость: час / з.е.	144 / 4

### **5. Структура и содержание дисциплины**

5.1. Разделы дисциплины и содержание рассматриваемых вопросов

Для очной формы обучения

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование раздела дисциплины</b>	<b>Содержание раздела</b>	<b>Индикаторы достижения компетенций</b>
<b>1</b>	<i>Математическое моделирование: общие</i>	<b>Лекция 1.</b> Общие принципы теории моделирования, классификация	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1</i>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Индикаторы достижения компетенций
	<i>принципы. Введение в теорию графов и теорию алгоритмов</i>	<p>математических моделей, этапы моделирования, требования к математическим моделям. Введение в теорию графов: терминология, основные определения, виды графов, примеры приложения теории графов.</p> <p><b>Лекция 2.</b> Изоморфизм графов, степени вершины, подграфы, операции над графами. Маршруты, цепи, циклы. Метрические и топологические характеристики графов. Связность графов. Сложность алгоритмов. Машины Тьюринга. Классы P и NP.</p> <p><b>Практическое занятие 1 (1 час).</b> Изоморфизм графов, степени вершины, подграфы, операции над графами. Маршруты, цепи, циклы. Метрические и топологические характеристики графов. Связность графов. Сложность алгоритмов. Машины Тьюринга. Классы P и NP.</p> <p><b>Лабораторное занятие 1 (1 час).</b> Изоморфизм графов, степени вершины, подграфы, операции над графами. Маршруты, цепи, циклы. Метрические и топологические характеристики графов. Связность графов. Сложность алгоритмов. Машины Тьюринга. Классы P и NP.</p> <p><b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) и 8.5 настоящей рабочей программы.</i></p>	<p><i>ОПК-1.3.1</i></p> <p><i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i></p> <p><i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i></p> <p><i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i></p>
2	<i>Экстремальные пути в графах</i>	<p><b>Лекция 3.</b> Способы представления графов и хранения в памяти компьютера. Алгоритмы построения кратчайших путей (алгоритм Дейкстры, Беллмана – Форда).</p> <p><b>Лекция 4.</b> Задача о максимальном пути. Примеры NP-трудных задач на графах и сетях.</p> <p><b>Практическое занятие 1 (1 час).</b> Способы представления графов и хранения в памяти компьютера. Алгоритмы построения кратчайших путей (алгоритм Дейкстры, Беллмана – Форда) Задача о максимальном пути. Примеры NP-трудных задач на графах и сетях.</p> <p><b>Лабораторное занятие 1 (1 час).</b> Способы представления графов и хранения в памяти компьютера. Алгоритмы построения кратчайших путей (алгоритм Дейкстры, Беллмана – Форда) Задача о максимальном пути. Примеры NP-</p>	<p><i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i></p> <p><i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i></p> <p><i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i></p>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Индикаторы достижения компетенций
		трудных задач на графах и сетях.	
		<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) и 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
3	<i>Деревья</i>	<b>Лекция 5.</b> Определение дерева. Задача о построении остова минимального веса (алгоритмы Краскала и Прима)..	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Лекция 6.</b> Метрические характеристики дерева, задача о построении остова наименьшего диаметра.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Практическое занятие 2.</b> Задача о построении остова минимального веса (алгоритмы Краскала и Прима). Метрические характеристики дерева, задача о построении остова наименьшего диаметра.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Лабораторное занятие 2.</b> Задача о построении остова минимального веса (алгоритмы Краскала и Прима). Метрические характеристики дерева, задача о построении остова наименьшего диаметра.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) и 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
4	<i>Потоки в сетях. Применение сетевых методов к решению задач линейного программирования транспортного типа</i>	<b>Лекция 7.</b> Потоки и разрезы. Задача о максимальном потоке. Поток минимальной стоимости. Эквивалентность экстремальных задач.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Лекция 8.</b> Классическая транспортная задача. Операции над T-сетями. Оптимальное планирование вагонопотоков.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Практическое занятие 3.</b> Потоки и разрезы. Задача о максимальном потоке. Поток минимальной стоимости. Эквивалентность экстремальных задач. Классическая транспортная задача. Операции над T-сетями. Оптимальное планирование вагонопотоков.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Лабораторное занятие 3.</b> Потоки и разрезы. Задача о максимальном потоке. Поток минимальной стоимости. Эквивалентность экстремальных задач. Классическая транспортная задача. Операции над T-сетями. Оптимальное планирование вагонопотоков.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам</i>	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Индикаторы достижения компетенций
		<i>лекций настоящего раздела) и 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	
5	<i>Введение в теорию массового обслуживания</i>	<b>Лекция 9.</b> Цели и задачи теории массового обслуживания. Структура и классификация систем обслуживания (СМО). Символика Кендалла. <b>Лекция 10.</b> Вероятностные процессы в СМО. Показатели эффективности СМО. Формулы Литтла.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Практическое занятие 4 (1 час).</b> Цели и задачи теории массового обслуживания. Структура и классификация систем обслуживания (СМО). Символика Кендалла. Вероятностные процессы в СМО. Показатели эффективности СМО. Формулы Литтла.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Лабораторное занятие 4 (1 час).</b> Цели и задачи теории массового обслуживания. Структура и классификация систем обслуживания (СМО). Символика Кендалла. Вероятностные процессы в СМО. Показатели эффективности СМО. Формулы Литтла.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) и 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
6	<i>Считающие процессы и потоки событий</i>	<b>Лекция 11.</b> Понятие считающего процесса, типы считающих процессов. Однородный процесс Пуассона и связанный с ним «простейший» поток событий. Показательное распределение и процесс Пуассона. Свойства простейшего потока событий. Процесс восстановления и поток Пальма.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Практическое занятие 4 (1 час).</b> Понятие считающего процесса, типы считающих процессов. Однородный процесс Пуассона и связанный с ним «простейший» поток событий. Показательное распределение и процесс Пуассона. Свойства простейшего потока событий. Процесс восстановления и поток Пальма.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Лабораторное занятие 4 (1 час).</b> Понятие считающего процесса, типы считающих процессов. Однородный процесс Пуассона и связанный с ним «простейший» поток событий. Показательное распределение и процесс Пуассона. Свойства простейшего потока событий. Процесс восстановления и поток Пальма.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам</i>	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Индикаторы достижения компетенций
		<i>лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	
7	<i>Марковские цепи с непрерывным временем</i>	<b>Лекция 12.</b> Понятие марковской цепи. Уравнения Колмогорова – Чепмена. Дифференциальные уравнения Колмогорова. Стационарные и эргодические цепи Маркова. Процессы рождения и гибели. Нахождение стационарного распределения вероятностей для процесса рождения и гибели.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Практическое занятие 5.</b> Понятие марковской цепи. Уравнения Колмогорова – Чепмена. Дифференциальные уравнения Колмогорова. Стационарные и эргодические цепи Маркова. Процессы рождения и гибели. Нахождение стационарного распределения вероятностей для процесса рождения и гибели.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Лабораторное занятие 5.</b> Понятие марковской цепи. Уравнения Колмогорова – Чепмена. Дифференциальные уравнения Колмогорова. Стационарные и эргодические цепи Маркова. Процессы рождения и гибели. Нахождение стационарного распределения вероятностей для процесса рождения и гибели.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
8	<i>Вычисление показателей эффективности марковских СМО</i>	<b>Лекция 13.</b> Системы $M M m$ , $M M m n$ , $M M \infty$ , $M M m 0$ . Замкнутые системы $M M 1 \infty S$ , $M M \infty \infty S$ . Системы с ограничениями.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Практическое занятие 6.</b> Системы $M M m$ , $M M m n$ , $M M \infty$ , $M M m 0$ . Замкнутые системы $M M 1 \infty S$ , $M M \infty \infty S$ . Системы с ограничениями.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Лабораторное занятие 6.</b> Системы $M M m$ , $M M m n$ , $M M \infty$ , $M M m 0$ . Замкнутые системы $M M 1 \infty S$ , $M M \infty \infty S$ . Системы с ограничениями.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
		<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>
9	<i>Марковские сети массового обслуживания (СeMO)</i>	<b>Лекция 14.</b> Модели открытой и замкнутой СеМО. Теорема Берке. Уравнения баланса. Уравнения равновесия. Решение уравнений равновесия для экспоненциальных сетей. Сетевые характеристики.	<i>ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1</i>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Индикаторы достижения компетенций
		<p><b>Практическое занятие 7.</b> Модели открытой и замкнутой СеМО. Теорема Берке. Уравнения баланса. Уравнения равновесия. Решение уравнений равновесия для экспоненциальных сетей. Сетевые характеристики.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
		<p><b>Лабораторное занятие 7.</b> Модели открытой и замкнутой СеМО. Теорема Берке. Уравнения баланса. Уравнения равновесия. Решение уравнений равновесия для экспоненциальных сетей. Сетевые характеристики.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
		<p><b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала.</i> <i>Подготовка к практическим занятиям.</i> <i>Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) и 8.5 настоящей рабочей программы.</i></p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
10	<i>Модель линейной регрессии</i>	<p><b>Лекция 15.</b> Простая линейная регрессия, метод наименьших квадратов. Множественная регрессия. Статистические свойства оценок по методу наименьших квадратов (теорема Гаусса-Маркова). Нормальная регрессия, доверительные интервалы. Проверка значимости регрессии. Коэффициент детерминации.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
		<p><b>Практическое занятие 8 (1 час).</b> Простая линейная регрессия, метод наименьших квадратов. Множественная регрессия. Статистические свойства оценок по методу наименьших квадратов (теорема Гаусса-Маркова). Нормальная регрессия, доверительные интервалы. Проверка значимости регрессии. Коэффициент детерминации.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
		<p><b>Лабораторное занятие 8 (1 час).</b> Простая линейная регрессия, метод наименьших квадратов. Множественная регрессия. Статистические свойства оценок по методу наименьших квадратов (теорема Гаусса-Маркова). Нормальная регрессия, доверительные интервалы. Проверка значимости регрессии. Коэффициент детерминации.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
		<p><b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала.</i> <i>Подготовка к практическим занятиям.</i> <i>Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) и 8.5 настоящей рабочей программы.</i></p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
11	<i>Модель дисперсионного анализа</i>	<p><b>Лекция 16.</b> Постановка задачи дисперсионного анализа. Сведение к общей линейной модели. Оценка параметров модели. Критерий Фишера.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Индикаторы достижения компетенций
		<b>Практическое занятие 8 (1 час).</b> Постановка задачи дисперсионного анализа. Сведение к общей линейной модели. Оценка параметров модели. Критерий Фишера.	ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1
		<b>Лабораторное занятие 8 (1 час).</b> Постановка задачи дисперсионного анализа. Сведение к общей линейной модели. Оценка параметров модели. Критерий Фишера.	ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1
		<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1

Для заочной формы обучения:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Индикаторы достижения компетенций
1	<i>Математическое моделирование: общие принципы. Введение в теорию графов и теорию алгоритмов</i>	<b>Лекция 1.</b> Общие принципы теории моделирования, классификация математических моделей, этапы моделирования, требования к математическим моделям. Введение в теорию графов: терминология, основные определения, виды графов, примеры приложения теории графов. Изоморфизм графов, степени вершины, подграфы, операции над графами. Маршруты, цепи, циклы. Метрические и топологические характеристики графов. Связность графов. Сложность алгоритмов. Машины Тьюринга. Классы P и NP.	ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1
		<b>Практическое занятие 1.</b> Изоморфизм графов, степени вершины, подграфы, операции над графами. Маршруты, цепи, циклы. Метрические и топологические характеристики графов. Связность графов. Сложность алгоритмов. Машины Тьюринга. Классы P и NP.	ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1
		<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1
2	<i>Экстремальные пути в графах</i>	<b>Лекция 2.</b> Способы представления графов и хранения в памяти компьютера. Алгоритмы построения кратчайших путей (алгоритм Дейкстры, Беллмана – Форда) Задача о максимальном пути. Примеры NP-трудных задач на графах и сетях.	ОПК-1.1.2 ОПК-1.2.1 ОПК-1.3.1

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Индикаторы достижения компетенций
		<p><b>Практическое занятие 2.</b> Способы представления графов и хранения в памяти компьютера. Алгоритмы построения кратчайших путей (алгоритм Дейкстры, Беллмана – Форда) Задача о максимальном пути. Примеры <i>NP</i>-трудных задач на графах и сетях.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
		<p><b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i></p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
3	<i>Деревья</i>	<p><b>Лекция 3.</b> Определение дерева. Задача о построении остова минимального веса (алгоритмы Краскала и Прима). Метрические характеристики дерева, задача о построении остова наименьшего диаметра.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
		<p><b>Практическое занятие 3.</b> Задача о построении остова минимального веса (алгоритмы Краскала и Прима). Метрические характеристики дерева, задача о построении остова наименьшего диаметра.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
		<p><b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i></p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
4	<i>Потоки в сетях. Применение сетевых методов к решению задач линейного программирования транспортного типа</i>	<p><b>Лекция 4.</b> Потоки и разрезы. Задача о максимальном потоке. Поток минимальной стоимости. Эквивалентность экстремальных задач. Классическая транспортная задача. Операции над T-сетями. Оптимальное планирование вагонопотоков.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
		<p><b>Практическое занятие 4.</b> Потоки и разрезы. Задача о максимальном потоке. Поток минимальной стоимости. Эквивалентность экстремальных задач. Классическая транспортная задача. Операции над T-сетями. Оптимальное планирование вагонопотоков.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
		<p><b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала. Подготовка к практическим занятиям. Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i></p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>
5	<i>Введение в теорию массового обслуживания</i>	<p><b>Лекция 5.</b> Цели и задачи теории массового обслуживания. Структура и классификация систем обслуживания (СМО). Символика Кендалла.</p> <p><b>Лекция 6.</b> Вероятностные процессы в СМО.</p>	<p><i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i></p>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Индикаторы достижения компетенций
		Показатели эффективности СМО. Формулы Литтла. <b>Лабораторное занятие 1.</b> Цели и задачи теории массового обслуживания. Структура и классификация систем обслуживания (СМО). Символика Кендалла. <b>Лабораторное занятие 2.</b> Вероятностные процессы в СМО. Показатели эффективности СМО. Формулы Литтла.	<i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i>
		<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Закрепление лекционного материала.</i> <i>Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i>
6	<i>Считающие процессы и потоки событий</i>	<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i>
7	<i>Марковские цепи с непрерывным временем</i>	<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i>
8	<i>Вычисление показателей эффективности марковских СМО</i>	<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i>
9	<i>Марковские сети массового обслуживания (СМО)</i>	<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i>
10	<i>Модель линейной регрессии</i>	<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i>
11	<i>Модель дисперсионного анализа</i>	<b>Самостоятельная работа.</b> <i>Изучение печатных изданий (по темам лекций настоящего раздела) п 8.5 настоящей рабочей программы.</i>	<i>ОПК-1.1.2</i> <i>ОПК-1.2.1</i> <i>ОПК-1.3.1</i>

## 5.2. Разделы дисциплины и виды занятий

Для очной формы обучения:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Л	ПЗ	ЛР	СРС	Всего
1	Математическое моделирование: общие принципы. Введение в теорию графов и теорию алгоритмов	4	1	1	4	10
2	Экстремальные пути в графах	4	1	1	4	10
3	Деревья	4	2	2	4	12

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Л	ПЗ	ЛР	СРС	Всего
4	Потоки в сетях. Применение сетевых методов к решению задач линейного программирования транспортного типа	4	2	2	4	12
5	Введение в теорию массового обслуживания	4	1	1	4	10
6	Считающие процессы и потоки событий	2	1	1	4	8
7	Марковские цепи с непрерывным временем	2	2	2	4	10
8	Вычисление показателей эффективности марковских СМО	2	2	2	4	10
9	Марковские сети массового обслуживания (СеМО)	2	2	2	4	10
10	Модель линейной регрессии	2	1	1	4	8
11	Модель дисперсионного анализа	2	1	1	4	8
	<b>Итого</b>	32	16	16	44	108
<b>Контроль</b>						36
<b>Всего (общая трудоемкость, час.)</b>						144

Для заочной формы обучения:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Л	ПЗ	ЛР	СРС	Всего
1	Математическое моделирование: общие принципы. Введение в теорию графов и теорию алгоритмов	2	2	0	10	14
2	Экстремальные пути в графах	2	2	0	10	14
3	Деревья	2	2	0	10	14
4	Потоки в сетях. Применение сетевых методов к решению задач линейного программирования транспортного типа	2	2	0	10	14
5	Введение в теорию массового обслуживания	4	0	4	10	18
6	Считающие процессы и потоки событий	0	0	0	10	10
7	Марковские цепи с непрерывным временем	0	0	0	10	10
8	Вычисление показателей эффективности марковских СМО	0	0	0	10	10
9	Марковские сети массового обслуживания (СеМО)	0	0	0	10	10
10	Модель линейной регрессии	0	0	0	10	10
11	Модель дисперсионного анализа	0	0	0	11	11
	<b>Итого</b>	12	8	4	111	135

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Л	ПЗ	ЛР	СРС	Всего
<b>Контроль</b>						9
<b>Всего (общая трудоемкость, час.)</b>						144

## **6. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Оценочные материалы по дисциплине являются неотъемлемой частью рабочей программы и представлены отдельным документом, рассмотренным на заседании кафедры и утвержденным заведующим кафедрой.

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Порядок изучения дисциплины следующий:

1. Освоение разделов дисциплины производится в порядке, приведенном в разделе 5 «Содержание и структура дисциплины». Обучающийся должен освоить все разделы дисциплины, используя методические материалы дисциплины, а также учебно-методическое обеспечение, приведенное в разделе 8 рабочей программы.

2. Для формирования компетенций обучающийся должен представить выполненные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, предусмотренные текущим контролем успеваемости (см. оценочные материалы по дисциплине).

3. По итогам текущего контроля успеваемости по дисциплине, обучающийся должен пройти промежуточную аттестацию (см. оценочные материалы по дисциплине).

## **8. Описание материально-технического и учебно-методического обеспечения, необходимого для реализации образовательной программы по дисциплине**

8.1. Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой специалитета, укомплектованные специализированной учебной мебелью и оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории: настенным экраном (стационарным или переносным), маркерной доской и (или) меловой доской, мультимедийным проектором (стационарным или переносным).

Все помещения, используемые для проведения учебных занятий и самостоятельной работы, соответствуют действующим санитарным и противопожарным нормам и правилам.

Для проведения лабораторных работ используется лаборатория кафедры «Компьютерный класс» оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

8.2. Университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

- MS Office;
- Операционная система Windows;
- Антивирус Касперский;
- Программная система для обнаружения текстовых заимствований в учебных и научных работах «Антиплагиат.ВУЗ».

8.3. Обучающимся обеспечен доступ (удаленный доступ) к современным профессиональным базам данных:

- Электронно-библиотечная система издательства «Лань». [Электронный ресурс]. – URL: <https://e.lanbook.com/> — Режим доступа: для авториз. пользователей;
- Электронно-библиотечная система [ibooks.ru](https://ibooks.ru/) («Айбукс»). – URL: <https://ibooks.ru/> — Режим доступа: для авториз. пользователей;
- Электронная библиотека ЮРАЙТ. – URL: <https://biblio-online.ru/> — Режим доступа: для авториз. пользователей;
- Единое окно доступа к образовательным ресурсам - каталог образовательных интернет-ресурсов и полнотекстовой электронной учебно-методической библиотеке для общего и профессионального образования». – URL: <http://window.edu.ru/> — Режим доступа: свободный.
- Словари и энциклопедии. – URL: <http://academic.ru/> — Режим доступа: свободный.
- Научная электронная библиотека "КиберЛенинка" - это научная электронная библиотека, построенная на парадигме открытой науки (Open Science), основными задачами которой является популяризация науки и научной деятельности, общественный контроль качества научных публикаций, развитие междисциплинарных исследований, современного института научной рецензии и повышение цитируемости российской науки. – URL: <http://cyberleninka.ru/> — Режим доступа: свободный.

8.4. Обучающимся обеспечен доступ (удаленный доступ) к информационным справочным системам:

- Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ". Бесплатное образование. [Электронный ресурс]. – URL: <https://intuit.ru/> — Режим доступа: свободный.

8.5. Перечень печатных и электронных изданий, используемых в образовательном процессе:

1. Баушев А.Н., Гадасина Л.В. Оптимизационные задачи на сетях: учебное пособие, ПГУПС, 2010. – 137 с.
2. Баушев А.Н., Гадасина Л.В. Алгоритмы оптимизации: методическое пособие, ПГУПС, 2012. – 85 с.
3. Есипов, Б.А. Методы исследования операций [Электронный ресурс]. – СПб: Лань, 2010. – 256 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=10250](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=10250)
4. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику. – М: ЛКИ, 2010. – 600 с.
5. Копылов В. И. Курс дискретной математики [Электронный ресурс]. – СПб. Лань, 2011. – 208 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=1798](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1798)
6. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера [Электронный ресурс]. – СПб. Лань, 2009. – 368 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=220](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=220)
5. Боровских Ю.В., Грибкова Н.В. Системы обслуживания, Уч. пособие, СПб, ПГУПС, 1995. – 141 с.
6. Боровских Ю.В., Грибкова Н.В. Системы и сети с очередями, Уч. пособие, СПб, ПГУПС, 1995. – 142 с.
7. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики/ А.Н.Бородин. – 8-е изд., стер. –СПб.\.: Лань, 2011.
8. Бестужева, А. Н. Основы работы в системе MATLAB/метод. указ. СПб, ПГУПС, 2004. – 48 с.
9. Боровских Ю.В., Грибкова Н.В., Марковские системы с очередями/Метод.указ. СПб. ПГУПС, 1995. – 46 с.
10. Боровских Ю.В., Грибкова Н.В., Марковские сети массового обслуживания /Метод.указ. СПб. ПГУПС, 1995. – 36 с.

11. Боровских Ю.В., Гадасина Л.В., Грибкова Н.В. Системы и сети с очередями в MatLAB / Метод указания, СПб, ПГУПС, 2004. – 60 с.
  12. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения/Е.С.Вентцель, Л.А.Овчаров. – М.: Изд. Академия, 2003. – 464 с
  13. Вероятностные разделы математики, учебник для бакалавров технических направлений (под ред. Ю.Д.Максимова), СПб.: «Иван Федоров», 2001. – 592 с.
  14. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей /Б.В.Гнеденко. -- 12-е изд., испр. и доп. – М.\.; URSS, 2019. –456 с.
  15. Дьяконов В.П. MatLAB 6: Учебный курс. — СПб: Питер, 2001. – 592 с.
  16. Кельберт М.Я., Сухов Ю.И. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Том 2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов М.: МЦМНО, 2010. – 560 с.
  17. Кингман Дж. Пуассоновские процессы /Под ред. А. М. Вершика. – М.: МЦМНО, 2007. – 136 с.
  18. Кирсанов М.Н. Графы в Maple. М.: Физматлит, 2007. – 168 с.
  19. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. – М: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 472 с.
- 8.6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», используемых в образовательном процессе:
- Личный кабинет ЭИОС [Электронный ресурс]. – URL: [my.pgups.ru](http://my.pgups.ru) — Режим доступа: для авториз. пользователей;
  - Электронная информационно-образовательная среда. [Электронный ресурс]. – URL: <https://sdo.pgups.ru> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Разработчик рабочей программы, профессор  
22 марта 2022 г.



Н.В. Грибкова

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Петербургский государственный университет путей сообщения  
Императора Александра I»  
(ФГБОУ ВО ПГУПС)

## **ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

дисциплины

*Б1.О.13 «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ»*

для специальности

*23.05.04 «Эксплуатация железных дорог»*

по специализации

*«Грузовая и коммерческая работа»*

*«Магистральный транспорт»*

*«Пассажирский комплекс железнодорожного транспорта»*

*«Транспортный бизнес и логистика»*

Санкт-Петербург  
2022

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

Оценочные материалы рассмотрены и утверждены на заседании кафедры  
«Высшая математика»  
Протокол № 7 от 22 марта 2022 г.

Заведующий кафедрой  
«Высшая математика»  
22 марта 2022 г.



Е.А. Благовещенская

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП ВО  
«Грузовая и коммерческая работа»  
30 03 20 22 г.



Е.К. Коровяковский

Руководитель ОПОП ВО  
«Магистральный транспорт»  
30 03 20 22 г.



А.С. Бессолицын

Руководитель ОПОП ВО  
«Пассажирский комплекс  
железнодорожного транспорта»  
30 03 20 22 г.



И.Ю. Романова

Руководитель ОПОП ВО  
«Транспортный бизнес и логистика»  
30 03 20 22 г.



П.К. Рыбин

**2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения основной профессиональной образовательной программы**

Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения основной профессиональной образовательной программы, приведены в п. 2 рабочей программы.

**2. Задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих индикаторы достижения компетенций в процессе освоения основной профессиональной образовательной программы**

Перечень материалов, необходимых для оценки индикатора достижения компетенций, приведен в таблицах 2.1 и 2.2.

Т а б л и ц а 2.1

Для очной формы обучения

Индикатор достижения компетенции	Планируемые результаты обучения	Материалы, необходимые для оценки индикатора достижения компетенции
<i>ОПК-1. Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования.</i>		
<i>ОПК-1.1.2. Знает основы математического анализа и моделирования.</i>	<i>Обучающийся знает: - основы теории графов, теории алгоритмов, теории массового обслуживания, методы регрессионного и дисперсионного анализа.</i>	<i>Лабораторные работы №№1-8 Тестирования №№1-2 Вопросы к экзамену №№1-52</i>
<i>ОПК-1.2.1. Умеет решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук.</i>	<i>Обучающийся умеет: - решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов теории графов, теории алгоритмов, теории массового обслуживания, регрессионного и дисперсионного анализа.</i>	<i>Лабораторные работы №№1-8 Тестирования №№1-2 Вопросы к экзамену №№1-52</i>
<i>ОПК-1.3.1. Владеет методами математического анализа и моделирования в объеме, достаточном для решения инженерных задач в профессиональной деятельности.</i>	<i>Обучающийся владеет: - методами теории графов, теории алгоритмов, теории массового обслуживания, методами регрессионного и дисперсионного анализа в объеме, достаточном для решения инженерных задач в профессиональной деятельности.</i>	<i>Лабораторные работы №№1-8 Тестирования №№1-2 Вопросы к экзамену №№1-52</i>

Т а б л и ц а 2.2

Для заочной формы обучения

Индикатор достижения компетенции	Планируемые результаты обучения	Материалы, необходимые для оценки индикатора достижения компетенции
<i>ОПК-1. Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования.</i>		
<i>ОПК-1.1.2. Знает основы математического анализа и моделирования.</i>	<i>Обучающийся знает: - основы теории графов, теории алгоритмов, теории массового обслуживания, методы регрессионного и дисперсионного анализа.</i>	<i>Лабораторные работы №1 и №6 Контрольная работа (часть 1 и часть 2) Вопросы к экзамену №№1-52</i>
<i>ОПК-1.2.1. Умеет решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук.</i>	<i>Обучающийся умеет: - решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов теории графов, теории алгоритмов, теории массового обслуживания, регрессионного и дисперсионного анализа.</i>	<i>Лабораторные работы №1 и №6 Контрольная работа (часть 1 и часть 2) Вопросы к экзамену №№1-52</i>
<i>ОПК-1.3.1. Владеет методами математического анализа и моделирования в объеме, достаточном для решения инженерных задач в профессиональной деятельности.</i>	<i>Обучающийся владеет: - методами теории графов, теории алгоритмов, теории массового обслуживания, методами регрессионного и дисперсионного анализа в объеме, достаточном для решения инженерных задач в профессиональной деятельности.</i>	<i>Лабораторные работы №1 и №6 Контрольная работа (часть 1 и часть 2) Вопросы к экзамену №№1-52</i>

### **Материалы для текущего контроля**

Для проведения текущего контроля по дисциплине обучающийся должен выполнить следующие задания

#### Перечень и содержание лабораторных работ

#### **Лабораторная работа 1 – Алгоритмы поиска кратчайших путей в ориентированных сетях**

- 1) Алгоритм Дейкстры. Реализация в MatLAB.
- 2) Алгоритм Беллмана – Форда. Реализация в MatLAB.

#### **Лабораторная работа 2 – Деревья, построение остова минимального веса.**

- 1) Алгоритм Краскала построения остова минимального веса
- 2) Алгоритм Прима построения остова минимального веса
- 3) Построение остовов минимального диаметра.

**Лабораторная работа 3 – Построение максимальных потоков и потоков минимальной стоимости в транспортных сетях.**

- 1) Построение максимального потока в транспортной сети на основе метода Форда – Фалкермона.
- 2) Построение потока минимальной стоимости.

**Лабораторная работа 4 – Имитационное моделирование реализаций считающих процессов**

- 1) Имитационное моделирование реализаций считающих процессов и входящих потоков в среде MatLAB.
- 2) Графическая визуализация результатов моделирования.
- 3) Оценка характеристик потоков методом Монте-Карло.

**Лабораторная работа 5 – Решение дифференциальных уравнений Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем**

- 1) Написание дифференциальных уравнений Колмогорова в матричной форме для заданной матрицы интенсивности переходов.
- 2) Нахождение нестационарных решений уравнений Колмогорова.
- 3) Построение графиков вероятностей состояний как функций времени, изучение предельного поведения решений (с использованием MatLAB).

**Лабораторная работа 6 – Марковские системы обслуживания**

- 1) Имитационное моделирование экспоненциальных систем обслуживания с различными алгоритмами обслуживания (с использованием MatLAB).
- 2) Оценка характеристик марковских систем обслуживания различных типов на основе имитационных моделей.

**Лабораторная работа 7 – Модель линейной регрессии**

- 1) Оценка параметров регрессии методом наименьших квадратов.
- 2) Визуализация результатов (в среде MatLAB).
- 3) Нахождение доверительных интервалов.
- 4) Оценка значимости регрессии.

**Лабораторная работа 8 – Однофакторный дисперсионный анализ**

- 1) Оценка параметров модели.
- 2) Вычисление сумм квадратов дисперсионного анализа.
- 3) Проверка гипотезы о значимости фактора с помощью критерия Фишера.

Перечень и содержание контрольных работ

**Контрольная работа (часть 1) – Алгоритмы решения оптимизационных задач теории графов**

- 1) Нахождение минимальных путей в ориентированных сетях (алгоритм Дейкстры, алгоритм Беллмана – Форда).
- 2) Построение остовных деревьев минимального веса (алгоритм Краскала, алгоритм Прима).
- 3) Построение максимальных потоков в сетях с ограниченными пропускными способностями дуг (алгоритм Беллмана – Форда)

**Контрольная работа (часть 2) – Марковские системы обслуживания**

- 1) Марковские системы открытого типа: вычисление показателей эффективности.

- 2) Марковские системы замкнутого типа: вычисление показателей эффективности.

#### Перечень и содержание тестов

##### **Тестирование 1 – Основы теории графов**

- 1) Основные понятия и термины теории графов.
- 2) Пути, маршруты, цепи, циклы.
- 3) Понятие связности графа
- 4) Матричные представления графов.
- 5) Алгоритмы нахождения минимальных и максимальных путей в ориентированных сетях.
- 6) Понятие дерева, остовного дерева
- 7) Алгоритмы нахождения остовов минимального веса.
- 8) Транспортные сети, потоки в сетях
- 9) Теорема Форда – Фалкерсона.
- 10) Алгоритм построения максимального потока в транспортной сети
- 11) Алгоритм нахождения потока минимальной стоимости.

##### **Тестирование 2 – Системы и сети с очередями**

- 1) Структура и классификация СМО.
- 2) Основные процессы, описывающие динамику СМО.
- 3) Формулы Литтла.
- 4) Понятие простейшего потока, свойства простейшего потока.
- 5) Понятие цепи Маркова с непрерывным временем.
- 6) Дифференциальные уравнения Колмогорова,
- 7) Общее решение для стационарных вероятностей состояний.
- 8) Процессы рождения и гибели.
- 9) Марковские СМО открытого типа, их характеристики.
- 10) Марковские СМО замкнутого типа, их характеристики.
- 11) Марковские сети массового обслуживания (С<sub>е</sub>МО).
- 12) Уравнения баланса.
- 13) Нахождение характеристик сетей в стационарном режиме.
- 14) Модель линейной регрессии.
- 15) Метод наименьших квадратов (МНК).
- 16) Статистические свойства оценок МНК.
- 17) Нормальная регрессия. Доверительные интервалы для Параметров регрессии.
- 18) Коэффициент детерминации.
- 19) Постановка задачи однофакторного дисперсионного анализа.
- 20) Оценка параметров модели дисперсионного анализа.
- 21) Критерий Фишера проверки значимости фактора.

В СДО в части дисциплины «Самостоятельная работа» размещен обучающий тест по разделу дисциплины №1. Количество попыток ответа на вопросы теста не ограничено.

##### **Материалы для промежуточной аттестации**

#### Перечень вопросов к экзамену

(УК-1.3, УК-1.5, ОПК-1.3, ОПК-1.4, ОПК-10.3)

1. Определение графа: ориентированные и неориентированные графы, сети.
2. Понятия инцидентности и смежности вершин и ребер графа.
3. Виды графов. Изоморфизм графов.
4. Степени вершин графа, свойства степени. Формулы Эйлера.

5. Понятие подграфа, остова графа.
6. Маршруты, пути, цепи, циклы в графах.
7. Понятие связности графов. Сильная и слабая связность.
8. Компоненты связности, точки сочленения, понятие моста
9. Способы представления графов в памяти компьютера: матрица смежности, матрица инцидентий, списки смежности, представление сетей.
10. Алгоритмы построения кратчайших путей в графах. Алгоритм Дейкстры.  
Пример.
11. Алгоритм Беллмана – Форда. Пример.
12. Задача о нахождении максимального пути, алгоритмы поиска максимального пути.
13. Понятие дерева. Эквивалентность четырех определений дерева.
14. Ориентированное дерево.
15. Понятие остовного дерева. Кодировка Прюфера.
16. Число остовных подграфов полного графа. Теорема Кэли.
17. Алгоритм Краскала построения остова минимального веса связного графа.
18. Понятие разреза, порожденного разбиением вершин.
19. Алгоритм Прима построения остова минимального веса связного графа
20. Потoki в сетях. Понятие потока и разреза. Свойства потока.
21. Транспортные сети. Источник, сток, разрез, отделяющий источник от стока.
22. Теорема об ограниченности потока величиной минимального разреза, отделяющего источник от стока.
23. Теорема Форда – Фалкерсона.
24. Алгоритм построения максимального потока в транспортной сети, основанный на теореме Форда – Фалкерсона. Пример.
25. Задача построения потока минимальной стоимости. Пример.
26. Системы обслуживания (СМО). Структура систем с очередями. Примеры СМО.
27. Классификация СМО. Символика Кендалла.
28. Вероятностные процессы в СМО. Понятие стационарного режима работы.
29. Формулы Литтла для систем с ожиданием. Следствие формул Литтла.
30. Основные характеристики стационарного режима систем обслуживания различных типов.
31. Простейший поток однородных событий, его свойства.
32. Марковские системы обслуживания.
33. Система  $M|M|m$  с ожиданием. Условие существования стационарного режима. Основные характеристики (показатели эффективности).
34. Система  $M|M|m|0$  (с отказами). Формулы Эрланга. Основные характеристики.
35. Система  $M|M|m|n$  (с ограниченной очередью).
36. Система  $M|M|\infty$  (с немедленным обслуживанием).
37. Системы обслуживания замкнутого типа. Система  $M|M|1|\infty|S$ , ее характеристики.
38. Системы обслуживания замкнутого типа. Система  $M|M|\infty|\infty|S$ , ее характеристики.
39. Сети массового обслуживания (СeMO). Модели открытой и замкнутой СеМО.
40. Теорема Берке.
41. Уравнения баланса. Уравнения равновесия.
42. Решение уравнений равновесия для экспоненциальных сетей.
43. Сетевые характеристики марковских СеМО.
44. Модель простой линейной регрессии. Оценка параметров методом наименьших квадратов.
45. Множественная регрессия. Оценка параметров.

46. Статистические свойства оценок наименьших квадратов.
47. Оценка дисперсии случайной составляющей.
48. Нормальная регрессия. Построение доверительных интервалов.
49. Проверка значимости факторов.
50. Коэффициент детерминации.
51. Модель однофакторного дисперсионного анализа. Оценка параметров модели.
52. Критерий Фишера для проверки значимости фактора.

### 3. Описание показателей и критериев оценивания индикаторов достижения компетенций, описание шкал оценивания

Показатель оценивания – описание оцениваемых основных параметров процесса или результата деятельности.

Критерий оценивания – признак, на основании которого проводится оценка по показателю.

Шкала оценивания – порядок преобразования оцениваемых параметров процесса или результата деятельности в баллы.

Показатели, критерии и шкала оценивания заданий текущего контроля приведены в таблицах 3.1-3.2.

Т а б л и ц а 3.1

№ п/п	Материалы, необходимые для оценки индикатора достижения компетенции	Показатель оценивания	Критерии оценивания	Шкала оценивания
1	Лабораторная работа №1	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	8
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	2
			Не соответствует требованиям	0
Итого максимальное количество баллов				10
2	Лабораторная работа №2	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	8
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	2
			Не соответствует требованиям	0
Итого максимальное количество баллов				10
3	Лабораторная работа №3	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	8
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	2
			Не соответствует требованиям	0
Итого максимальное количество баллов				10
4	Тестирование 1	Правильность ответов	Пропорционально числу правильных ответов	от 0 до 5
Итого максимальное количество баллов				5
5	Лабораторная работа №4	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	5
			Решения неправильные	0

№ п/п	Материалы, необходимые для оценки индикатора достижения компетенции	Показатель оценивания	Критерии оценивания	Шкала оценивания
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	1
			Не соответствует требованиям	0
		Итого максимальное количество баллов		6
6	Лабораторная работа №5	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	5
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	1
			Не соответствует требованиям	0
		Итого максимальное количество баллов		6
7	Лабораторная работа №6	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	5
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	1
			Не соответствует требованиям	0
		Итого максимальное количество баллов		6
8	Лабораторная работа №7	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	5
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	1
			Не соответствует требованиям	0
		Итого максимальное количество баллов		6
9	Лабораторная работа №8	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	5
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	1
			Не соответствует требованиям	0
		Итого максимальное количество баллов		6
10	Тестирование 2	Правильность ответов	Пропорционально числу правильных ответов	от 0 до 5
		Итого максимальное количество баллов		5
	<b>ИТОГО максимальное количество баллов</b>			<b>70</b>

Т а б л и ц а 3.2

№ п/п	Материалы, необходимые для оценки индикатора достижения компетенции	Показатель оценивания	Критерии оценивания	Шкала оценивания
1	Контрольная работа (часть 1)	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	15
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	5
			Не соответствует требованиям	0
Итого максимальное количество баллов				20
2	Лабораторная работа №1	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	10
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	5
			Не соответствует требованиям	0
Итого максимальное количество баллов				15
3	Контрольная работа (часть 2)	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	15
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	5
			Не соответствует требованиям	0
Итого максимальное количество баллов				20
4	Лабораторная работа №6	Правильность решения задач	Решения верные, сдано в срок	10
			Решения неправильные	0
		Соответствие отчета требованиям	Соответствует требованиям	5
			Не соответствует требованиям	0
Итого максимальное количество баллов				15
<b>ИТОГО максимальное количество баллов</b>				<b>70</b>

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания индикаторов достижения компетенций

Процедура оценивания индикаторов достижения компетенций представлена в таблицах 4.1-4.2.

#### Формирование рейтинговой оценки по дисциплине

Т а б л и ц а 4.1

Вид контроля	Материалы, необходимые для оценки индикатора достижения компетенции	Максимальное количество баллов в процессе оценивания	Процедура оценивания
1. Текущий контроль успеваемости	<i>Лабораторные работы №№1-8 Тестирования №№1-2</i>	70	Количество баллов определяется в соответствии с таблицей 3.1 Допуск к экзамену $\geq 50$ баллов

Вид контроля	Материалы, необходимые для оценки индикатора достижения компетенции	Максимальное количество баллов в процессе оценивания	Процедура оценивания
2. Промежуточная аттестация	Перечень вопросов к экзамену	30	<ul style="list-style-type: none"> <li>– получены полные ответы на вопросы – 25...30 баллов;</li> <li>– получены достаточно полные ответы на вопросы – 20...24 балла;</li> <li>– получены неполные ответы на вопросы или часть вопросов – 11...19 баллов;</li> <li>– не получены ответы на вопросы или вопросы не раскрыты – 0...10 баллов.</li> </ul>
<b>ИТОГО</b>		<b>100</b>	
<b>3. Итоговая оценка</b>	«Отлично» - 86-100 баллов «Хорошо» - 75-85 баллов «Удовлетворительно» - 60-74 баллов «Неудовлетворительно» - менее 59 баллов (вкл.)		

Процедура проведения экзамена осуществляется в форме *устного ответа на вопросы билета*.

Билет на экзамен содержит 2 вопроса (из перечня вопросов промежуточной аттестации п.2) и 2 задачи (по темам из перечня вопросов промежуточной аттестации п.2)

Т а б л и ц а 4.2

Вид контроля	Материалы, необходимые для оценки индикатора достижения компетенции	Максимальное количество баллов в процессе оценивания	Процедура оценивания
1. Текущий контроль успеваемости	<i>Контрольная работа (часть 1 и часть 2) Лабораторные работы №1 и №6</i>	70	Количество баллов определяется в соответствии с таблицей 3.2 Допуск к экзамен $\geq 50$ баллов
2. Промежуточная аттестация	Перечень вопросов к экзамену	30	<ul style="list-style-type: none"> <li>– получены полные ответы на вопросы – 25...30 баллов;</li> <li>– получены достаточно полные ответы на вопросы – 20...24 балла;</li> <li>– получены неполные ответы на вопросы или часть вопросов – 11...19 баллов;</li> <li>– не получены ответы на вопросы или вопросы не раскрыты – 0...10 баллов.</li> </ul>
<b>ИТОГО</b>		<b>100</b>	
<b>3. Итоговая оценка</b>	«Отлично» - 86-100 баллов «Хорошо» - 75-85 баллов «Удовлетворительно» - 60-74 баллов		

Вид контроля	Материалы, необходимые для оценки индикатора достижения компетенции	Максимальное количество баллов в процессе оценивания	Процедура оценивания
«Неудовлетворительно» - менее 59 баллов (вкл.)			

Процедура проведения экзамена осуществляется в форме *устного ответа на вопросы билета*.

Билет на экзамен содержит 2 вопроса (из перечня вопросов промежуточной аттестации п.2) и 2 задачи (по темам из перечня вопросов промежуточной аттестации п.2)

Разработчик оценочных материалов,  
*профессор*  
22 марта 2022 г.



*Н.В. Грибова*

## АННОТАЦИЯ

### Дисциплины

#### Б1.О.13 «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ»

Направление специальность – 23.05.04 «Эксплуатация железных дорог».

Квалификация (степень) выпускника – *специалист*

Специализациям – «Грузовая и коммерческая работа», «Магистральный транспорт», «Пассажирский комплекс железнодорожного транспорта», «Транспортный бизнес и логистика»

#### **1. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)».

#### **2. Цель и задачи дисциплины**

Целью изучения дисциплины является овладение обучающимися методами и принципами построения математических моделей систем и процессов для решения инженерных задач в профессиональной деятельности.

Для достижения цели дисциплины решаются следующие задачи:

- формирование знаний теории моделирования систем и процессов;
- формирование умений создавать математические модели и анализировать процесс их функционирования;
- формирование знаний в области теории массового обслуживания;
- формирование умений применять алгоритмы и методы решения оптимизационных задач теории графов;
- отработка практических навыков использования многофункциональной системы математических и инженерных расчетов MatLAB и разработки собственных программ в области моделирования;
- развитие творческого мышления обучающихся при решении практических задач с применением математических моделей и методов.

#### **3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций, сформированность которых, оценивается с помощью индикаторов достижения компетенций:

Компетенция	Индикатор компетенции
<i>ОПК-1. Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования</i>	<i>ОПК-1.1.2. Знает основы математического анализа и моделирования.</i>
	<i>ОПК-1.2.1. Умеет решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук.</i>
	<i>ОПК-1.3.1. Владеет методами математического анализа и моделирования в объеме, достаточном для решения инженерных задач в профессиональной деятельности.</i>

#### **4. Содержание и структура дисциплины**

- 1 Математическое моделирование: общие принципы. Введение в теорию графов и теорию алгоритмов
- 2 Экстремальные пути в графах
- 3 Деревья
- 4 Потoki в сетях. Применение сетевых методов к решению задач линейного программирования транспортного типа
- 5 Введение в теорию массового обслуживания
- 6 Считающие процессы и потоки событий
- 7 Марковские цепи с непрерывным временем

- 8 Вычисление показателей эффективности марковских СМО
- 9 Марковские сети массового обслуживания (СсМО)
- 10 Модель линейной регрессии
- 11 Модель дисперсионного анализа

#### **5. Объем дисциплины и виды учебной работы**

Объем дисциплины – 4 зачетные единицы (144 час.), в том числе:  
*по очной форме обучения*

лекции – 32 час.

практические занятия – 16 час.

лабораторные работы – 16 час.

самостоятельная работа – 44 час.

Форма контроля знаний – экзамен

*по заочной форме обучения*

лекции – 12 час.

практические занятия – 8 час.

лабораторные работы – 4 час.

самостоятельная работа – 111 час.

Форма контроля знаний – экзамен